



Consorzio per la Gestione del Centro di Coordinamento delle
Attività di Ricerca Inerenti al Sistema Lagunare di Venezia

Linea di ricerca 3.2



Dipartimento di Ingegneria Idraulica, Marittima,
Ambientale e Geotecnica

La concentrazione dei solidi sospesi nei bassifondi delle lagune a marea

Prof. G. Di Silvio
ing. L. Dal Monte

Concentrazione istantanea media sulla colonna d'acqua nei bassifondi

Ipotesi: periodo dell'onda costante



$$c = \frac{q_s}{q}$$

$$q_s \propto v^n$$

(Engelund and Hansen)

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{h}} H_w$$

(acque basse)

$$c = k \frac{H_w^{n-1}}{h^{\left(\frac{n-1}{2} + 1\right)}}$$

Altezza dell'onda significativa

H_w

Prodotta dall'effetto del vento in acque basse

Formula di Bretschneider

$$\frac{H_w g}{u_A^2} = 0.283 \operatorname{tgh} \left[0.53 \left(\frac{gh_s}{u_A^2} \right)^{3/4} \right] \operatorname{tgh} \left\{ \frac{0.00565 \left(\frac{gF_e}{u_A^2} \right)^{1/2}}{\operatorname{tgh} \left[0.53 \left(\frac{gh_s}{u_A^2} \right)^{3/4} \right]} \right\}$$

Formula monomia

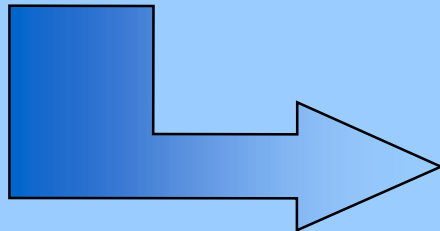
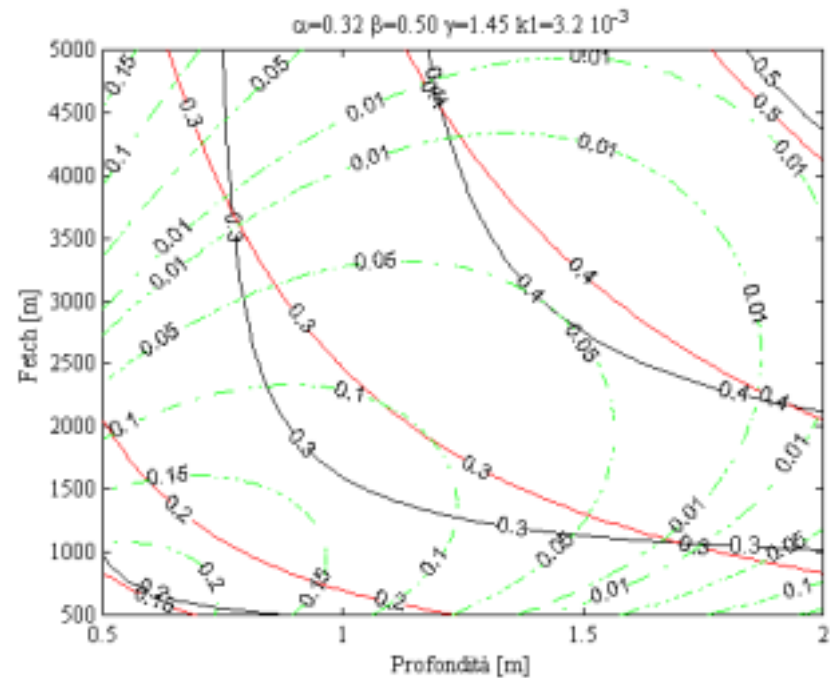
$$H_w = k_1 \cdot F_e^\alpha \cdot h_s^\beta \cdot u_A^\gamma$$

$F_e = 1000 \div 5000 \text{ m}$
 $h_s = 0.5 \div 2.0 \text{ m}$
 $u_A = 15 \div 25 \text{ m/s}$

Valutazione del valore di H_w

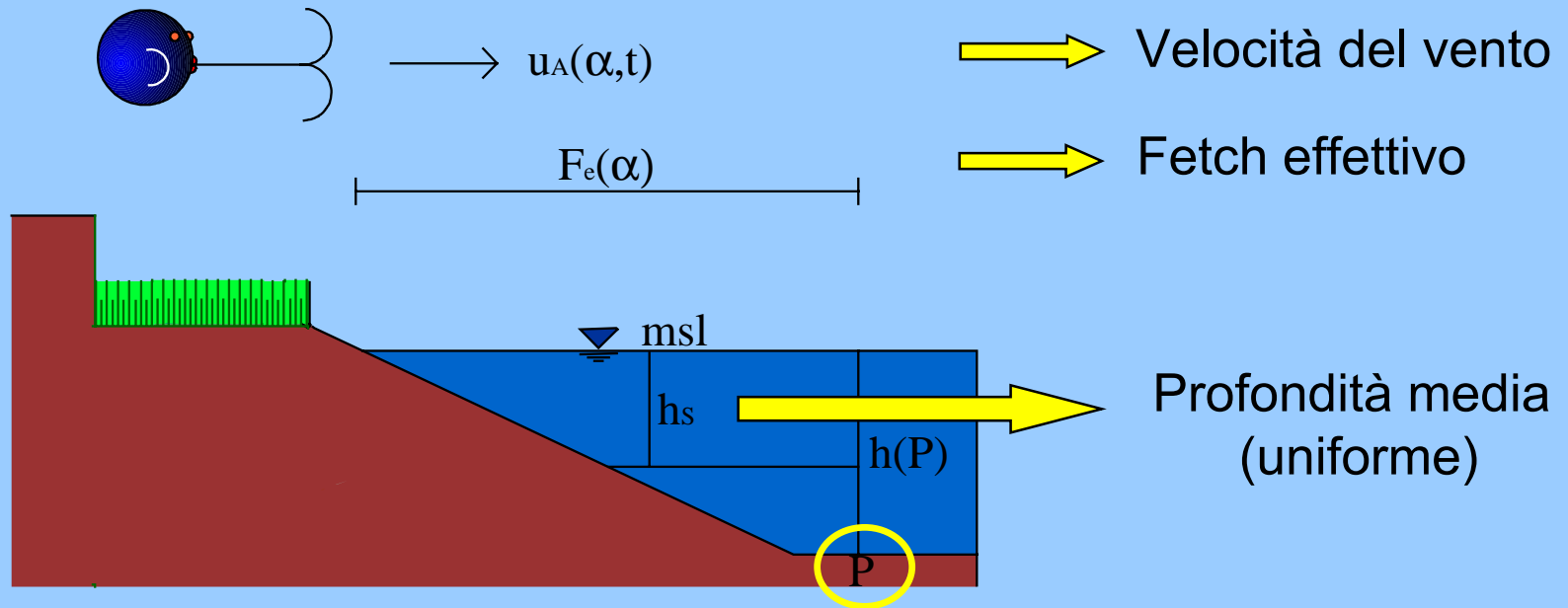
Dal confronto tra le formule di Bretschneider e la monomia

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.32 \\ \beta &= 0.50 \\ \gamma &= 1.45 \\ k_1 &= 3.2 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$



$$H_w = k_1 \cdot F_e^{1/3} \cdot h_s^{1/2} \cdot u_A^{3/2}$$

Concentrazione istantanea

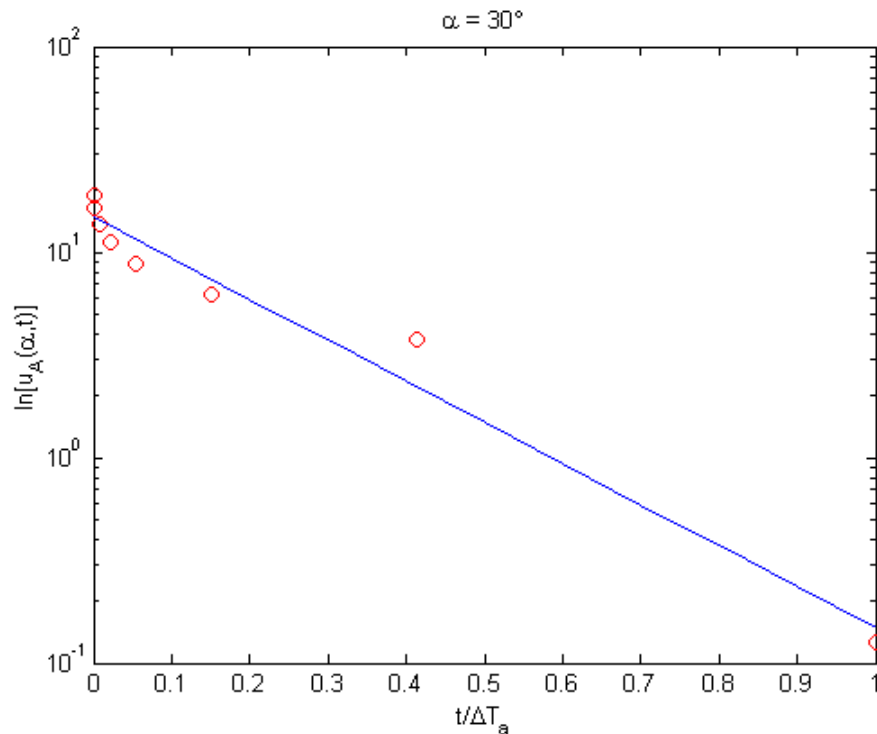


$$c(P, \alpha, t) = k_2 \frac{h_s^2 F_e^{4/3} u_A^6}{h^3}$$

Velocità del vento per un settore di direzione α

Curva di durata del vento

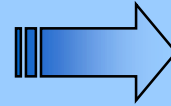
$$u_A(\alpha, t) \cong u_{A0}(\alpha) e^{-\gamma(\alpha) \frac{t}{\Delta T_a}}$$



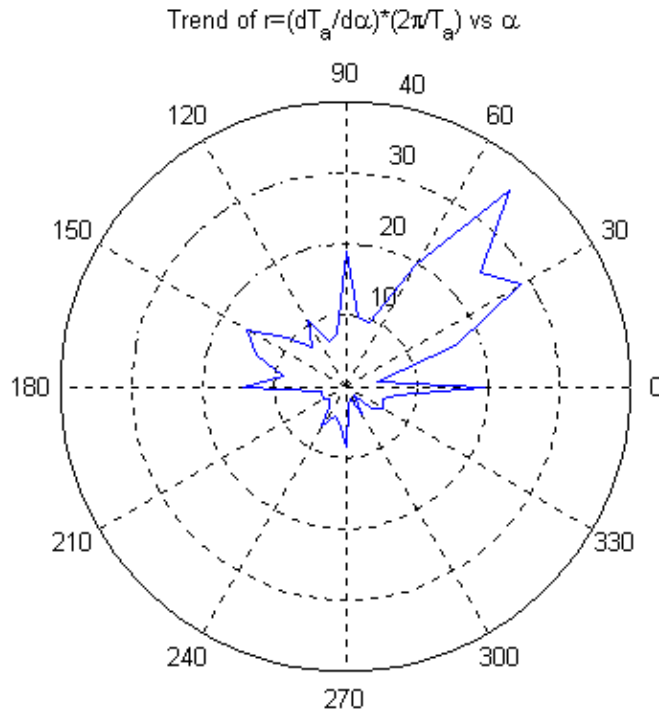
$\gamma(\alpha)$: Indice di variabilità

Velocità del vento

$r(\alpha)$: Indice di dominanza



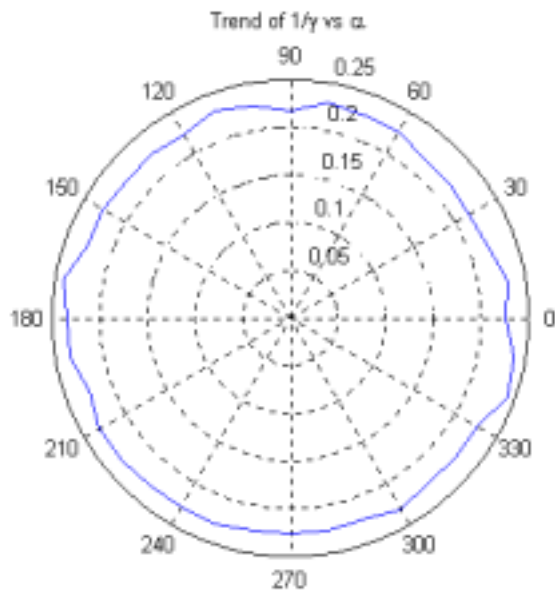
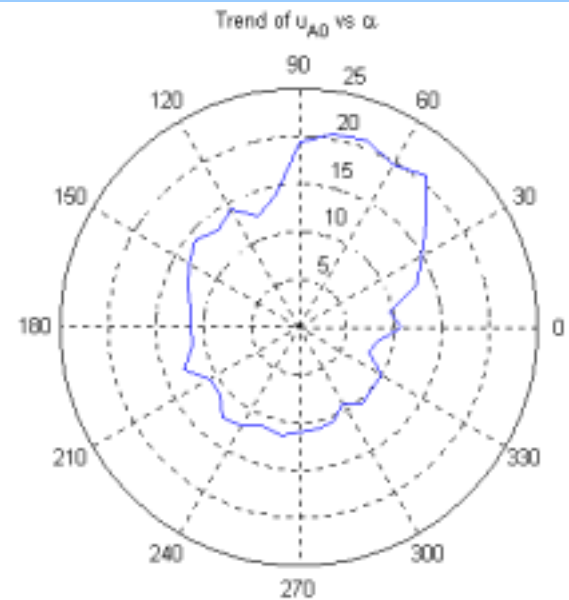
$$r(\alpha) = \frac{dT_a}{d\alpha} \frac{2\pi}{T_a} = \frac{\Delta T_a}{\Delta \alpha} \frac{2\pi}{T_a}$$



Densità della durata

Velocità del vento

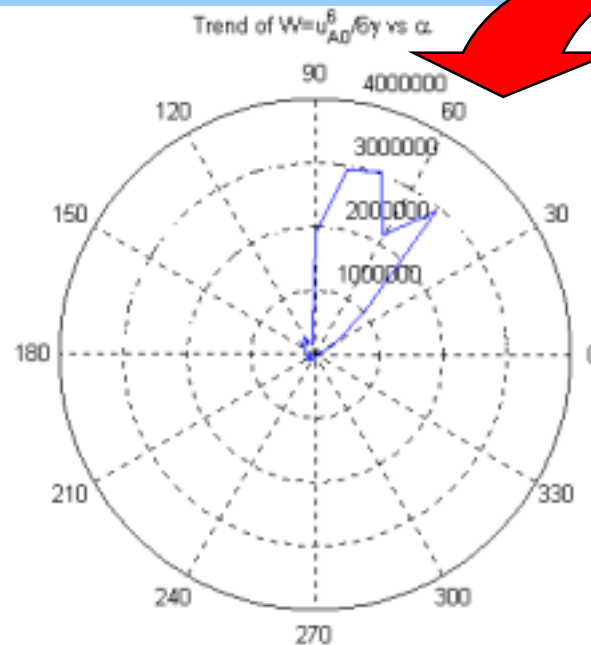
$$\ln \frac{u_A(\alpha, t)}{u_{A0}(\alpha)} = -\gamma(\alpha) \frac{t}{\Delta T_a}$$



$$\begin{aligned}\alpha &= 30^\circ \\ r(\alpha) &= 2.86 \\ u_{A0}(\alpha) &= 14.9 \text{ m/s} \\ \gamma(\alpha) &= 2.47\end{aligned}$$

Magnitudine del vento a scala annuale

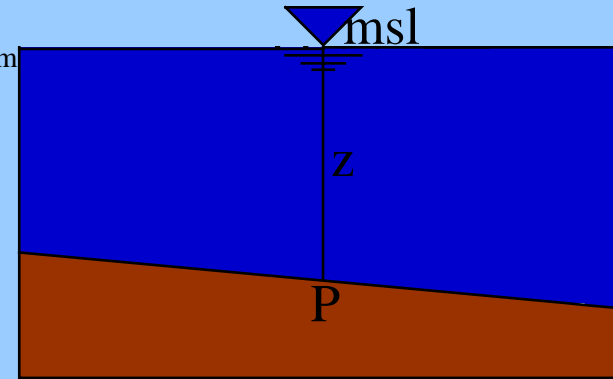
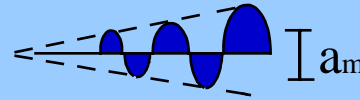
$$W(\alpha) = \frac{1}{T} \int_{\text{year}} u_A^6(\alpha, t) dt = \frac{u_{A0}^6(\alpha)}{6 \gamma(\alpha)} [1 - e^{-\gamma(\alpha)}] \cong \frac{u_{A0}^6(\alpha)}{6 \gamma(\alpha)}$$



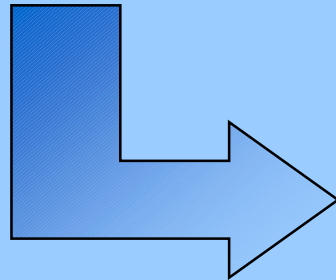
Bora:
 u_{A0} elevato
 $r(\alpha)$ elevato

Profondità media nell'anno

Ipotesi: curva di durata lineare



$$h_e = \frac{1}{T_{year}} \int h(t) dt = \frac{1}{4} \frac{a_m}{2} \left(1 + \frac{z}{a_m/2} \right)^2$$



$$\begin{aligned} h_e(z) &= z & z &\leq -\frac{a_m}{2} \\ h_e(z) &= \frac{1}{4} \frac{a_m}{2} \left(1 + \frac{z}{a_m/2} \right)^2 & -\frac{a_m}{2} &\leq z \leq \frac{a_m}{2} \\ h_e(z) &= 0 & z &\geq \frac{a_m}{2} \end{aligned}$$

Concentrazione media nell'anno

Ipotesi: indipendenza dell'intensità del vento dall'oscillazione di marea

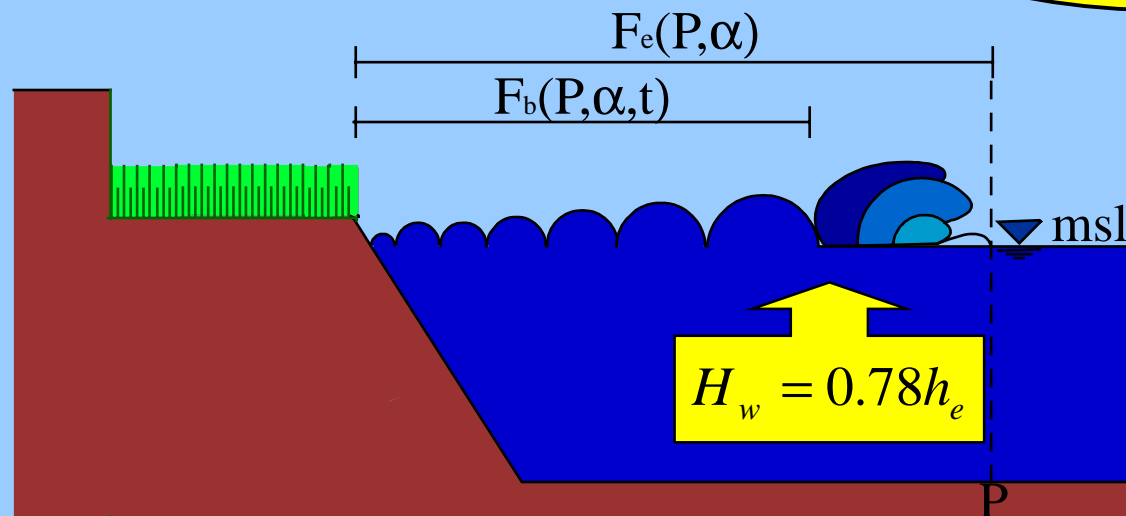
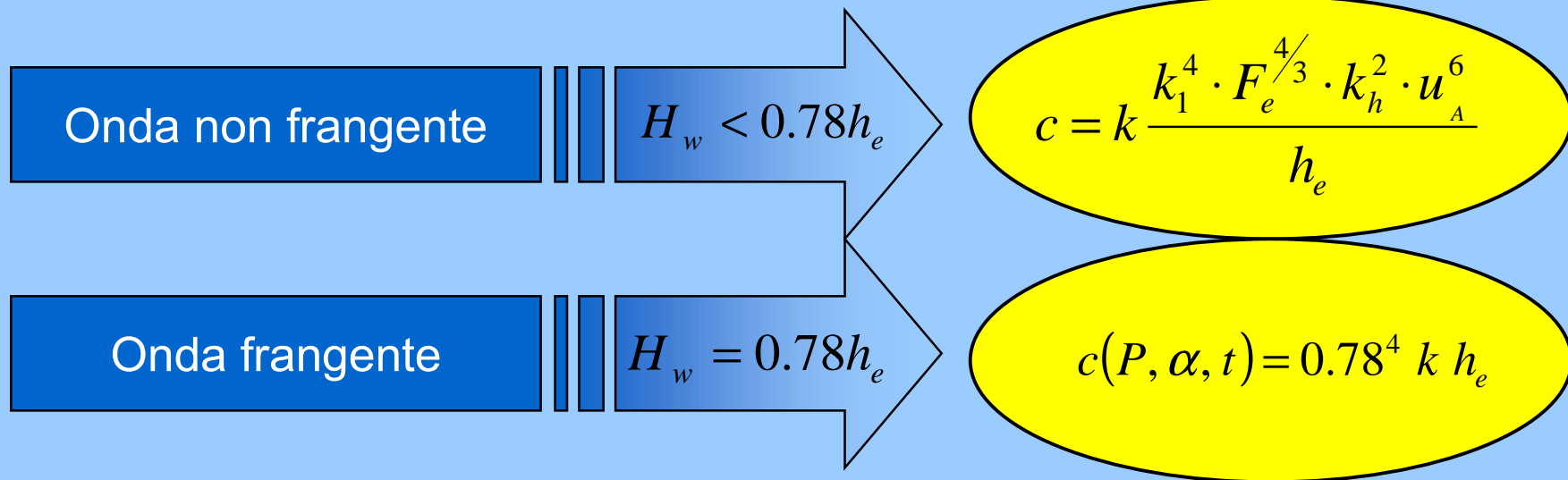
Concentrazione media annuale
nella direzione α

$$\tilde{c}(\alpha) = \frac{1}{T_{year}} \int c(\alpha, t) dt = k_2 \frac{h_s^2(\alpha) F_e^{4/3}(\alpha) W(\alpha)}{h_e^3(\alpha)}$$

Concentrazione media nell'anno

$$C = \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{c}(\alpha)}{2\pi} d\alpha$$

Concentrazione nei casi di frangimento e non frangimento



Condizione di frangimento

**Frangimento
assente**
(fetch elevato,
alta velocità)

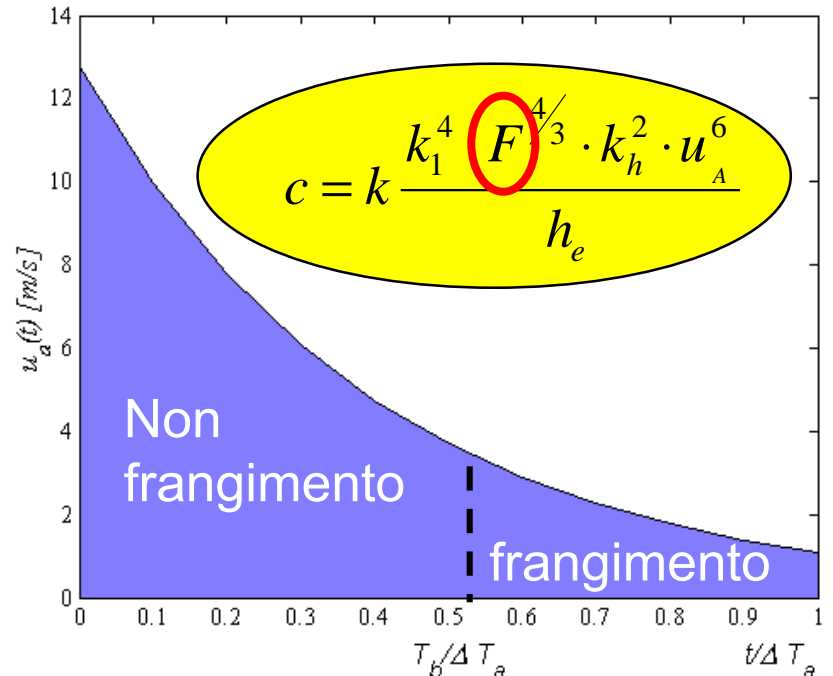
$$\frac{T_b}{\Delta T_a} \leq 0$$

$$F = F_e(\alpha)$$

**Frangimento
permanente**
(fetch breve,
bassa velocità)

$$\frac{T_b}{\Delta T_a} \geq 1$$

$$F = F_b(\alpha)$$



**Frangimento
occasionale**

$$F = \begin{cases} F_e(\alpha) & \text{for } \frac{T_b}{\Delta T_a} \leq \frac{t}{\Delta T_a} \leq 1 \quad (\text{no breaking}) \\ F_b(\alpha) & \text{for } 0 \leq \frac{t}{\Delta T_a} \leq \frac{T_b}{\Delta T_a} \quad (\text{breaking}) \end{cases}$$

Il fetch effettivo in un punto

Valutazione del fetch nel punto di frangimento:

$$\begin{aligned} F_e &= F_b \\ H_w &= 0.78 \cdot h_e \end{aligned}$$

$$F_b^{4/3}(P, \alpha, t) = \frac{0.78^4 h_e^2(P)}{k_1^4 u_A^6(t) k_h^2}$$

Durata delle condizioni di frangimento:

$$\ln \left[\frac{F_e^{4/3}(P, \alpha) k_1^4 u_{A0}^6(\alpha) k_h^2}{0.78^4 h_e^2(P)} \right] = \ln[x_1(P, \alpha)] = 6\gamma \frac{T_b(P, \alpha)}{\Delta T_a}$$

Frangimento occasionale

Non frangimento

$$\frac{T_b}{\Delta T_a} \leq t \leq 1$$

$$c(P, \alpha, t) = k \frac{k_1^4 \cdot k_h^2 \cdot F_e^{4/3}(\alpha) \cdot u_A^6(t)}{h_e}$$

Frangimento

$$0 \leq \frac{t}{\Delta T_a} \leq \frac{T_b}{\Delta T_a}$$

$$c(P, \alpha, t) = k k_1^4 k_h^2 \left[\frac{0.78^4 h_e^2(P) \cdot u_A^6(t)}{u_A^6 k_1^4 k_h^2} \right] \frac{u_A^6(t)}{h_e} = 0.78^4 k h_e$$

Concentrazione media nel tempo

$$\begin{aligned} \tilde{c}(P, \alpha) &= \frac{1}{\Delta T_a} \left(\int_0^{T_b} c \, dt + \int_{T_b}^{\Delta T_a} c \, dt \right) \\ &= \frac{0.78^4 k h_e(P)}{6\gamma(\alpha)} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{k_1^4 k_h^2 F_e^{4/3}(\alpha) u_{A0}^6(\alpha)}{0.78 h_e^2(P)} \right] \right\} \end{aligned}$$

Analisi dell'indice di frangimento

1 Ogni direzione è caratterizzata da un **indice di frangimento**:

$$x_1 = \frac{k_1^4 k_h^2 F_e^{4/3} u_{A0}^6}{0.78^4 h_e}$$



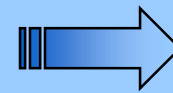
$x_1(\alpha) < 1$ Frangimento assente

$1 < x_1(\alpha) < e^{6\gamma}$ Frangimento occasionale

$x_1(\alpha) > e^{6\gamma}$ Frangimento permanente

2 Probabilità del frangimento occasionale:

$\beta_B(P)$ Frequenza angolare per cui non si ha frangimento



$$\frac{\beta_B}{2\pi} = P\{x_1(\alpha) > 1\}$$

3 Valutazione della concentrazione media annuale con l'integrazione sull'angolo giro α

La concentrazione media annua in un punto

Espressione della distribuzione spaziale della concentrazione

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{C}}(P) &= \frac{1}{2\pi\Delta T_a} \int_0^{2\pi} \int_0^{\Delta T_a} c(P, \alpha, t) dt d\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{\Delta T_a} \left(\int_0^{T_b} c(P, \alpha, t) dt + \int_{T_b}^{\Delta T_a} c(P, \alpha, t) dt \right) \right] d\alpha \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{c}(P, \alpha) d\alpha\end{aligned}$$

La concentrazione è funzione di:

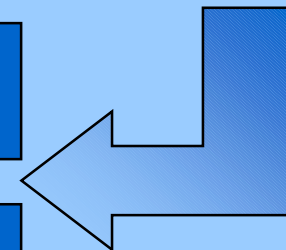
$$\tilde{c}(P, \alpha) = f(P, x_1(\alpha))$$

$$\tilde{c}(P, \alpha) = \frac{k(0.78)^4}{6\gamma} h_e x_1$$

Frangimento
assente

$$\tilde{c}(P, \alpha) = \frac{k(0.78)^4}{6\gamma} (1 + \ln(x_1))$$

Frangimento
occasionale



Statistica dell'indice di frangimento

Espressione dell'indice di frangimento

$$x_1(P, \alpha) = \frac{k_1^4 k_h^2 F_e^{4/3}(P, \alpha) u_{A0}^6(\alpha)}{0.78^4 h_e(P)}$$

Introduzione del coefficiente X

$$X = U \cdot F \quad \begin{cases} U = u_{A0}^6 \\ F = F_e^{4/3} \end{cases}$$

Funzione di distribuzione di probabilità
del coefficiente X

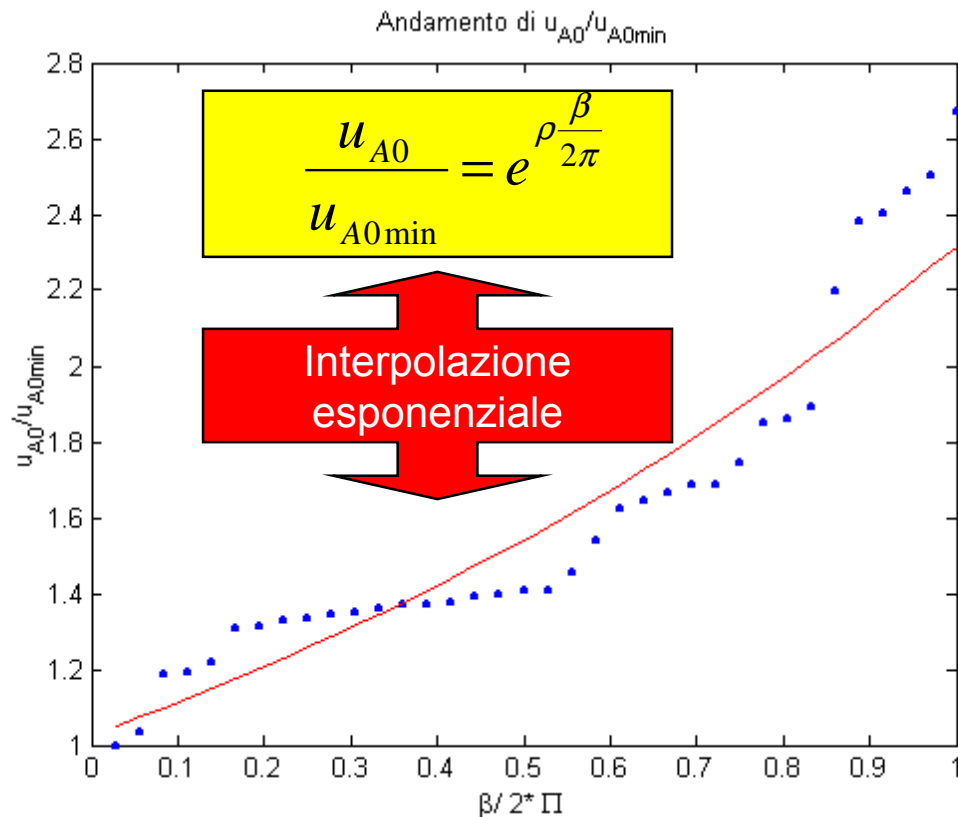
$$\begin{aligned} F_X(x) &= \Pr[X \leq x] = \Pr[U \cdot F \leq x] \\ &= \int_{U_{\min}}^{U_{\max}} \Pr[u \cdot F \leq x | U = u] f_U(u) du \\ &= \int_{U_{\min}}^{U_{\max}} F_F(x/u) f_U(u) du \end{aligned}$$



Studio della distribuzione statistica di $u_{A0}(\alpha)$ e di $F_e(\alpha)$

Distribuzione di probabilità della velocità

Andamento statistico delle velocità massime $u_{A0}(\alpha)$



Funzione distribuzione di probabilità

$$F_{u_{A0}}(u) = \Pr[u_{A0} \leq u] = \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{u}{u_{A0}}\right)$$

Funzione densità di probabilità

$$f_{u_{A0}}(u) = \frac{1}{u\rho}$$

Calcolo del fetch

Calcolo del fetch dai dati batimetrici

Distribuzione di $Fe(P, \alpha)$ vs α

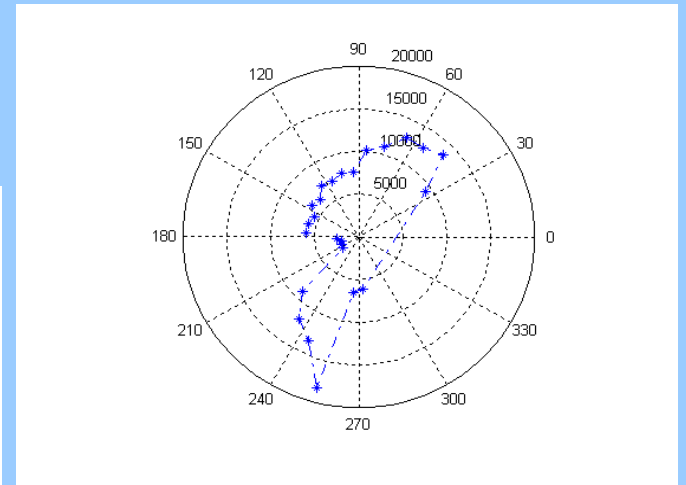
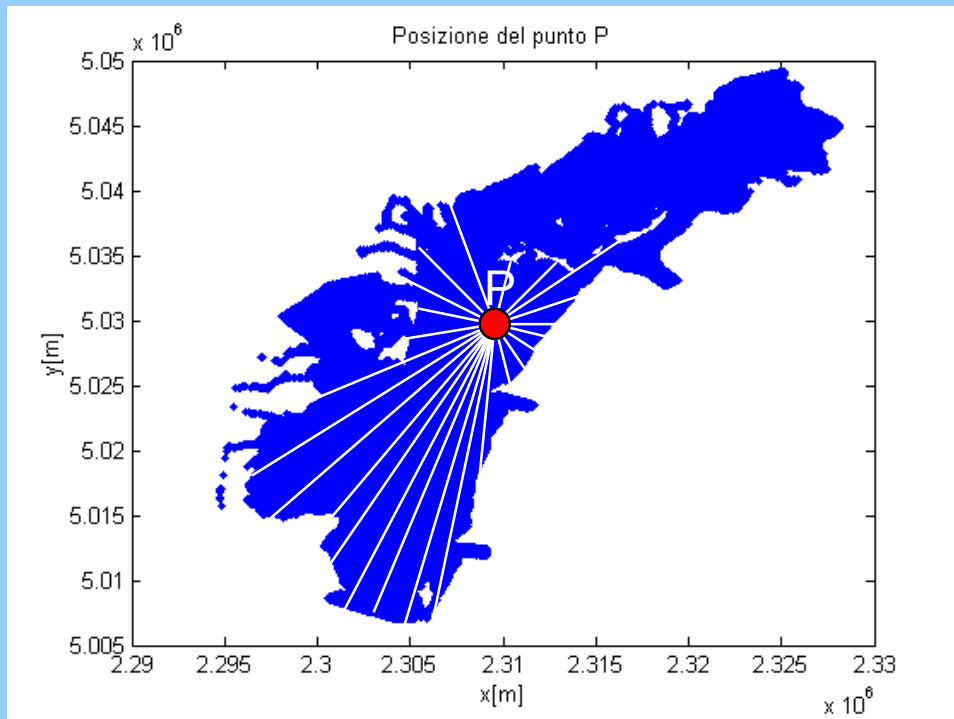
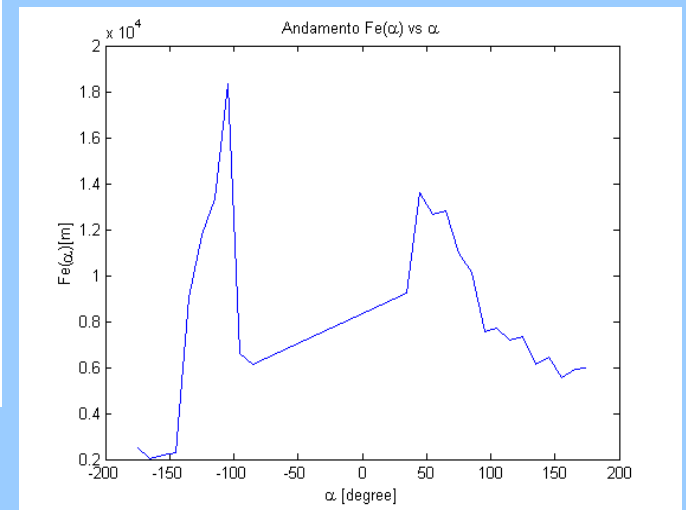


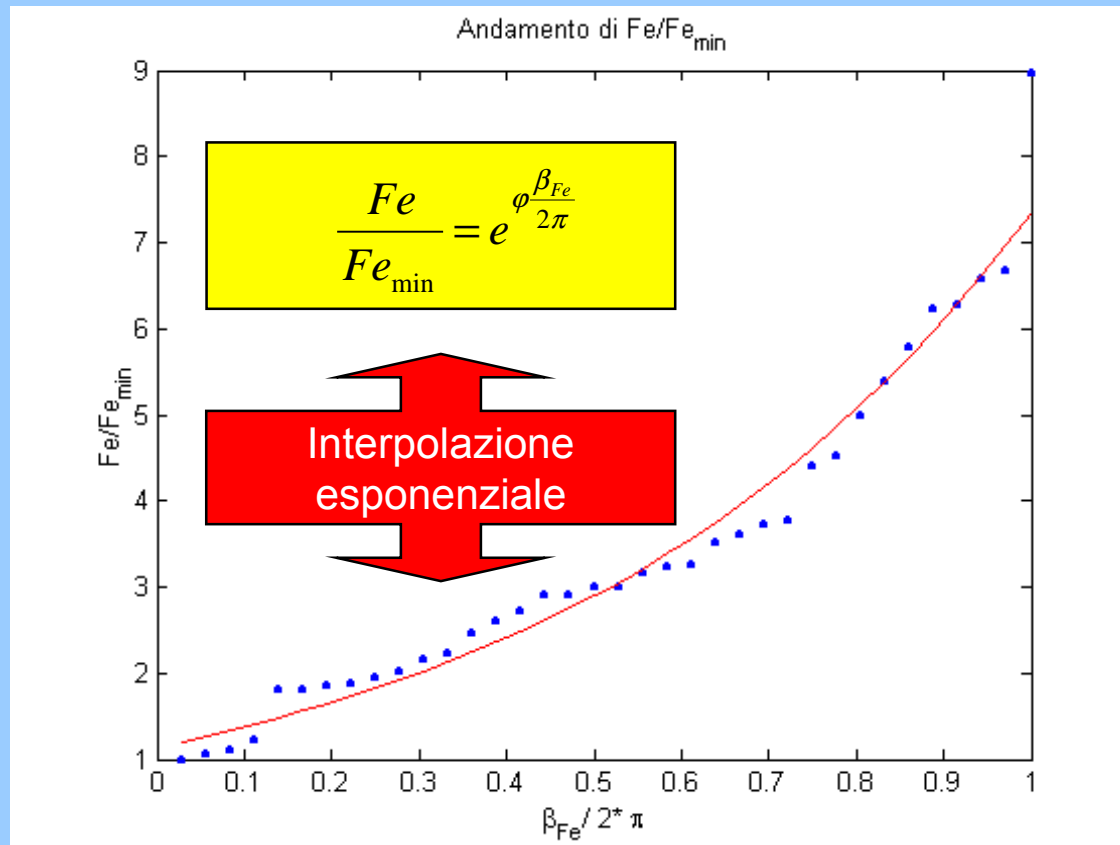
Diagramma polare



Andamento del fetch

Distribuzione di probabilità del fetch

Andamento statistico del fetch in un punto



Funzione distribuzione di probabilità

$$F_{Fe}(f) = \Pr[Fe \leq f] = \frac{1}{\varphi} \ln\left(\frac{f}{Fe_{\min}}\right)$$

Funzione densità di probabilità

$$f_{Fe}(f) = \frac{1}{f\varphi}$$

Obiettivi e sviluppi futuri

1 Integrazione della concentrazione di un punto sull'angolo giro α

$$\tilde{c}(P, \alpha) = f(P, x_1(\alpha))$$



$$\hat{C}(P) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{c}(P, \alpha) d\alpha$$

Sviluppo

1.1 Risoluzione della distribuzione di probabilità del coefficiente X

$$F_X(x) = \frac{1}{\rho} \ln(\max\{x/(U_{\min} F_{\max,1})\}) + \frac{\left[\ln\left(\frac{x}{\max\{x/F_{\max}, U_{\min}\} F_{\min}}\right) \right]^2 - \left[\ln\left(\frac{x}{\min\{x/F_{\min}, U_{\max}\} F_{\min}}\right) \right]^2}{2\rho\varphi}$$

1.2 Distribuzione probabilistica del coefficiente x_1

$$(\beta_B/2\pi) = P(x_1 > 1)$$

2 Distribuzione della concentrazione media annua sul bacino lagunare

Sviluppo

2.1 Valutazione di $F_e(\alpha)$ su tutti i punti della laguna

2.2 Correlazione fra i parametri statistici di $F_e(\alpha)$ e le caratteristiche morfologiche della laguna